

ŠKOLSKO/GRADSKO NATJECANJE IZ MATEMATIKE
29. siječnja 2015.

6. razred-rješenja

OVDJE SU DANI NEKI NAČINI RJEŠAVANJA ZADATAKA. UKOLIKO UČENIK IMA DRUGAČIJI POSTUPAK RJEŠAVANJA, ČLAN POVJERENSTVA DUŽAN JE I TAJ POSTUPAK BODOVATI NA ODGOVARAJUĆI NAČIN.

1.

$$\frac{1}{4} + 1\frac{1}{8} + 0.5 = \frac{2}{8} + 1\frac{1}{8} + \frac{4}{8} = 1\frac{7}{8} \quad 1 \text{ BOD}$$

$$1\frac{7}{8} - 0.75 - 0.5 = \frac{15}{8} - \frac{6}{8} - \frac{4}{8} = \frac{5}{8} \quad 1 \text{ BOD}$$

$$1\frac{7}{8} - \frac{1}{4} - 0.75 = \frac{15}{8} - \frac{2}{8} - \frac{6}{8} = \frac{7}{8} \quad 1 \text{ BOD}$$

$$1\frac{7}{8} - \frac{7}{8} - \frac{5}{8} = \frac{15}{8} - \frac{7}{8} - \frac{5}{8} = \frac{3}{8} \quad 1 \text{ BOD}$$

$$1\frac{7}{8} - \frac{3}{8} - 0.5 = \frac{15}{8} - \frac{3}{8} - \frac{4}{8} = 1 \quad 1 \text{ BOD}$$

$$1\frac{7}{8} - 1 - 0.75 = \frac{15}{8} - \frac{8}{8} - \frac{6}{8} = \frac{1}{8} \quad 1 \text{ BOD}$$

0.75	$\frac{7}{8} = 0.875$	$\frac{1}{4}$
$\frac{1}{8} = 0.125$	$\frac{5}{8} = 0.625$	$1\frac{1}{8}$
1	$\frac{3}{8} = 0.375$	0.5

..... UKUPNO 6 BODOVA

2. Prvi način:

Vlado je skupio $\frac{2}{3} \cdot 72 = 48$ boca. 1 BOD

Petar je skupio $\frac{4}{3} \cdot 48 = 64$ boca. 1 BOD

Marko, Vlado i Petar su zajedno skupili $72 \cdot 2 = 144$ boce. 1 BOD

Kako je $144 - (48 + 64) = 144 - 112 = 32$, 2 BODA

to znači da je Marko skupio 32 plastične boce. 1 BOD

..... UKUPNO 6 BODOVA

Drugi način:

Vlado je skupio $72 - \frac{1}{3} \cdot 72 = 72 - 24 = 48$ boca. 1 BOD

Petar je skupio $48 + \frac{1}{3} \cdot 48 = 48 + 16 = 64$ boca. 1 BOD

Marko, Vlado i Petar su zajedno skupili $72 \cdot 2 = 144$ boce. 1 BOD

Kako je $144 - (48 + 64) = 144 - 112 = 32$, 2 BODA

to znači da je Marko skupio 32 plastične boce. 1 BOD

..... UKUPNO 6 BODOVA

3. Prvi način:

U školi ima određen broj grupa od $7 + 8 = 15$ učenika. 1 BOD

Takvih grupa ima $675 : 15 = 45$. 1 BOD

Dječaka ima $45 \cdot 7 = 315$. 2 BODA

Kako na 9 dječaka dolazi 1 učitelj i $315 : 9 = 35$,
u školi ima 35 učitelja. 2 BODA

..... UKUPNO 6 BODOVA

Drugi način:

U školi je $\frac{7}{15}$ dječaka i $\frac{8}{15}$ djevojčica od ukupnog broja učenika. 2 BODA

Ukupno ima 675 učenika pa dječaka ima $\frac{7}{15} \cdot 675 = 7 \cdot 45 = 315$. 2 BODA

Kako na 9 dječaka dolazi 1 učitelj i $315 : 9 = 35$,
u školi ima 35 učitelja. 2 BODA

..... UKUPNO 6 BODOVA

4. Ako je broj djeljiv s 15, onda je djeljiv i s 5 i s 3.

Zbog djeljivosti s 5 znamenka b zadanog broja može biti 5 ili 0. 1 BOD

Zbog djeljivosti s 3 zbroj znamenaka zadanog broja mora biti djeljiv s 3. 1 BOD

1. slučaj: $b = 0$

Zadani osmeroznamenkasti broj je oblika $\overline{aaaa0000}$. Zbroj njegovih znamenaka je $4 \cdot a$ pa vrijedi da je $a \in \{ 3, 6, 9 \}$.

Traženi brojevi su 33 330 000, 66 660 000 i 99 990 000. 2 BODA

2. slučaj $b = 5$

Zadani osmeroznamenkasti broj je oblika $\overline{aaaa5555}$. Zbroj njegovih znamenaka je $4 \cdot a + 20$ pa vrijedi da je $a \in \{ 1, 4, 7 \}$.

Traženi brojevi su 11 115 555, 44 445 555 i 77 775 555. 2 BODA

..... UKUPNO 6 BODOVA

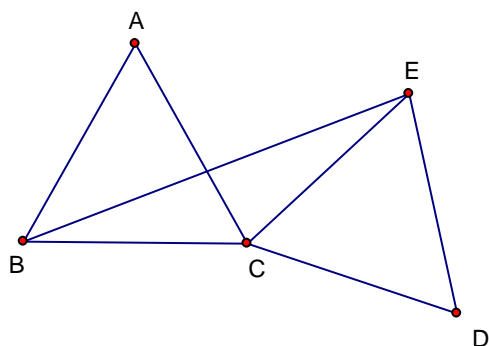
5. Razlika mase posude ispunjene do vrha vodom i mase posude do pola ispunjene vodom je polovina mase vode te iznosi $17 - 9.5 = 7.5$ kg. 2 BODA

Masa vode u punoj posudi je $2 \cdot 7.5 = 15$ kg. 2 BODA

Masa prazne posude je $17 - 15 = 2$ kg. 2 BODA

..... UKUPNO 6 BODOVA

6. Prvi način:



1 BOD

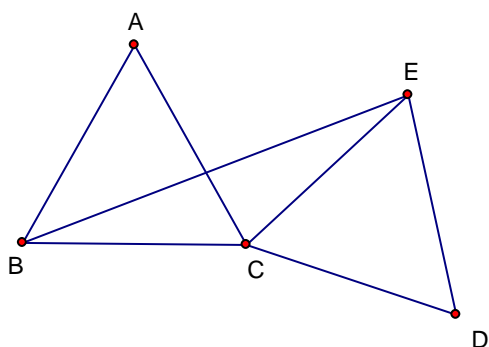
Trokut BCE je jednakokračan trokut jer vrijedi da je $|BC| = |CE|$ što je posljedica sukladnosti jednakokraničnih trokuta ABC i CDE . 2 BODA

Veličina svakog unutarnjeg kuta jednakokraničnih trokuta je 60° pa vrijedi da je $|\angle BCE| = |\angle BCA| + |\angle ACE| = 60^\circ + 74^\circ 30' = 134^\circ 30'$. 2 BODA

\overline{BE} je osnovica jednakokračnog trokuta BCE pa vrijedi da je $|\angle EBC| = |\angle CEB| = (180^\circ - 134^\circ 30') : 2 = 45^\circ 30' : 2 = 22^\circ 45'$. 3 BODA

Dalje slijedi da je $|\angle ABE| = |\angle ABC| - |\angle EBC| = 60^\circ - 22^\circ 45' = 37^\circ 15'$. 2 BODA

..... UKUPNO 10 BODOVA
 Drugi način:



1 BOD

Trokut BCE je jednakokračan trokut jer vrijedi da je $|BC| = |CE|$ što je posljedica sukladnosti jednakokraničnih trokuta ABC i CDE . 2 BODA

Veličina svakog unutarnjeg kuta jednakokraničnih trokuta je 60° pa vrijedi da je $|\angle BCE| = |\angle BCA| + |\angle ACE| = 60^\circ + 74^\circ 30' = 134^\circ 30'$. 2 BODA

\overline{BE} je osnovica jednakokračnog trokuta BCE pa vrijedi da je $|\angle EBC| = |\angle CEB| = (180^\circ - 134^\circ 30') : 2 = 45^\circ 30' : 2 = 22^\circ 45'$. 3 BODA

Dalje slijedi da je $|\angle ABE| = |\angle ABC| - |\angle EBC| = 60^\circ - 22^\circ 45' = 37^\circ 15'$. 2 BODA

..... UKUPNO 10 BODOVA

7. Iz Zagreba je krenuo nepoznat broj putnika odnosno x putnika.

U Zadru ih je izišlo $\frac{1}{4}x$ pa je put prema Šibeniku nastavilo $\frac{3}{4}x$ putnika. 1 BOD

U Šibeniku je izišlo $\frac{2}{5} \cdot \frac{3}{4}x = \frac{3}{10}x$ putnika. 1 BOD

Razlika broja putnika koji su izišli u Šibeniku i onih koji su izišli u Zadru je

$\frac{3}{10}x - \frac{1}{4}x = \frac{6}{20}x - \frac{5}{20}x = \frac{1}{20}x$ odnosno 2 putnika. 2 BODA

Ako je $\frac{1}{20}$ od $x = 2$, onda je $x = 40$. Dakle, iz Zagreba je na put krenulo 40 putnika. 2 BODA

U Zadru je izišlo $\frac{1}{4} \cdot 40 = 10$ putnika, a u Šibeniku $\frac{3}{10} \cdot 40 = 12$ putnika. 2 BODA

U Split je stiglo $40 - (10 + 12) = 18$ putnika. 2 BODA

..... UKUPNO 10 BODOVA