

ŠKOLSKO/GRADSKO NATJECANJE IZ MATEMATIKE
29. siječnja 2015.

7. razred-rješenja

OVDJE SU DANI NEKI NAČINI RJEŠAVANJA ZADATAKA. UKOLIKO UČENIK IMA DRUGAČIJI POSTUPAK RJEŠAVANJA, ČLAN POVJERENSTVA DUŽAN JE I TAJ POSTUPAK BODOVATI I OCIJENITI NA ODGOVARAJUĆI NAČIN.

1. Prvi način:

Biciklist je za 1 sat i 24 minute odnosno 1.4 sata	1 BOD
prešao put duljine $1.4 \cdot 30 = 42$ km.	1 BOD
U povratku je putovao 1 sat i 12 minuta	1 BOD
odnosno 1.2 sata.	1 BOD
Brzina na povratku je $42 : 1.2 = 35$ km/h.	2 BODA
.....	UKUPNO 6 BODOVA

Drugi način:

Biciklist je vozio brzinom od $\frac{1}{2}$ km/min odnosno 0.5 km/min.	1 BOD
Za 1 sat i 24 minute odnosno za 84 minute prešao je put duljine $0.5 \cdot 84 = 42$ km.	1 BOD
U povratku je putovao 1 sat i 12 minuta	1 BOD
odnosno 72 minute.	1 BOD
Brzina na povratku je $42 : 72 = \frac{7}{12}$ km/min.	2 BODA
.....	UKUPNO 6 BODOVA

2. Iz uvjeta zadatka moguće je zapisati jednakost $x_1 + x_2 + \dots + x_{12} = 56.4$. 2 BODA

Nakon dodavanja dvaju novih brojeva jednakost glasi $x_1 + x_2 + \dots + x_{12} + x_{13} + x_{14} = 78.4$. 2 BODA

Oduzimanjem prve jednakosti od druge dobivamo $x_{13} + x_{14} = 22$. 1 BOD

Srednja vrijednost dvaju brojeva čiji je zbroj 22 jest $\bar{x}_{(x_{13}+x_{14})} = 11$. 1 BOD

..... UKUPNO 6 BODOVA

3. Prije 4 godine susjeda Ana je imala 32 kokoši.

Prije 3 godine susjeda Ana je imala 125% od 32 odnosno 40 kokoši. 2 BODA

Prije 2 godine susjeda Ana je imala 125% od 40 odnosno 50 kokoši. 1 BOD

Prije godinu dana je imala 80% od 50 odnosno 40 kokoši. 2 BODA

Ove godine ima 80% od 40 odnosno 32 kokoši. 1 BOD

..... UKUPNO 6 BODOVA

4. Prvi način:

Troznamenkastih brojeva ima 900 pa je toliko i kuglica u bubnju. 1 BOD

Zbroj 2 može se dobiti izvlačenjem triju kuglica (200, 110, 101). 1 BOD

Zbroj 5 može se dobiti izvlačenjem 15 kuglica (500, 410, 401, 320, 302, 311, 230, 203, 221, 212, 140, 104, 131, 113, 122). 2 BODA

Zbroj znamenaka jednak 2 ili 5 može se ostvariti izvlačenjem jedne od 18 kuglica. Vjerojatnost da se to dogodi je $18 : 900 = 0.02 = 2\%$. 2 BODA

..... UKUPNO 6 BODOVA

Drugi način:

Skup jednostavnih događaja je $S = \{100, 101, 102, 103, \dots, 997, 998, 999\}$. 1 BOD

Događaj A je događaj kada je izvučena kuglica na kojoj je broj čiji je zbroj znamenaka 2 ili 5. Tada je $A = \{200, 110, 101, 500, 410, 401, 140, 104, 320, 302, 230, 203, 311, 131, 113, 221, 212, 122\}$.

3 BODA

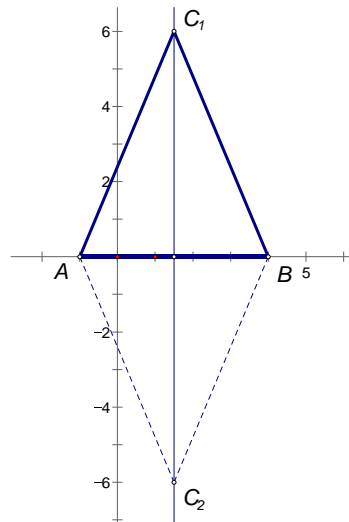
Tražena vjerojatnost je $P(A) = \frac{k(A)}{k(S)} = \frac{18}{900} = \frac{2}{100} = 2\%$.

2 BODA

..... UKUPNO 6 BODOVA

Napomena: Kao ispravan odgovor ravnopravno prihvatiti 2%, 0.02 ili $\frac{2}{100}$.

5. Skica:



1 BOD

Duljina osnovice je 5 jedinica.

1 BOD

Kako površina trokuta mora biti 15 kvadratnih jedinica, to znači da duljina visine na osnovicu \overline{AB} mora biti 6 jedinica.

1 BOD

S obzirom da je $\triangle ABC$ jednakokrčan, vrh C se nalazi na simetrali osnovice koja prolazi točkom s koordinatama (1.5, 0).

1 BOD

Zadatak ima 2 rješenja: $C_1(1.5, 6)$ i $C_2(1.5, -6)$.

2 BODA

..... UKUPNO 6 BODOVA

Napomena: Točni odgovori bez obrazloženja donose 3 boda.

6. Označimo s x broj kilograma trešanja po 18 kn.

Ukupna vrijednost trešanja po 18 kn je $x \cdot 18$ kn.

1 BOD

Ukupna vrijednost trešanja po 25 kn je $2012 \cdot 25 = 50\,300$ kn.

1 BOD

Ukupna masa trešanja je $x + 2012$ kg.

1 BOD

Ukupna masa trešanja prodaje se za 20 kn po kilogramu pa je njena vrijednost $(x + 2012) \cdot 20$ kn.

1 BOD

S obzirom da vrijednost ukupne mase trešanja mora biti jednaka zbroju vrijednosti jeftinijih i skupljih trešanja, vrijedi

$$(x + 2012) \cdot 20 = x \cdot 18 + 50300$$

2 BODA

$$20x + 40240 = 18x + 50300$$

2 BODA

$$2x = 10060$$

1 BOD

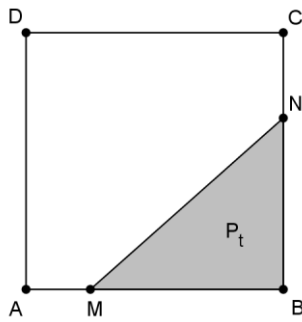
$$x = 5030 \text{ kg}$$

Treba pomiješati 5030 kg trešanja čija je cijena 18 kn/kg.

1 BOD

..... UKUPNO 10 BODOVA

7. Skica:



1 BOD

Označimo duljinu stranice danog kvadrata sa a .

Tada je površina tog kvadrata $P_k = a^2$.

1 BOD

Iz uvjeta zadatka vrijedi $|\overline{BM}| = \frac{3}{4}a$.

1 BOD

Trokut MBN je pravokutan trokut s katetama \overline{BM} i \overline{BN} .

1 BOD

Ako označimo $b = |\overline{BN}|$, onda površina pravokutnog trokuta MBN iznosi

$$P_t = \frac{|\overline{BM}| \cdot |\overline{BN}|}{2} = \frac{\frac{3}{4}a \cdot b}{2} = \frac{3}{8}a \cdot b.$$

1 BOD

Iz uvjeta zadatka vrijedi $\frac{P_t}{P_k} = \frac{\frac{3}{8}a \cdot b}{a \cdot a} = \frac{1}{4}$

1 BOD

pa slijedi da je $b = |\overline{BN}| = \frac{2}{3}a$.

2 BODA

To znači da je $|\overline{CN}| = \frac{1}{3}a$

1 BOD

pa je $\frac{|\overline{BN}|}{|\overline{CN}|} = \frac{\frac{2}{3}a}{\frac{1}{3}a} = \frac{2}{1} = 2:1$.

Dakle, točka N dijeli dužinu \overline{BC} u omjeru 2:1 (počevši od vrha B).

1 BOD

..... UKUPNO 10 BODOVA